

## Phương pháp viết nhanh phương trình tiếp tuyến tại điểm của một đồ thị hàm số

**Bài toán :** cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm tại mọi điểm thuộc tập xác định của nó , hãy viết phương trình tiếp tuyến của hàm số này tại một điểm  $x_0$  thuộc tập xác định của nó

**Lời giải :**

Hệ số góc tiếp tuyến tại  $x_0$  của hàm số  $y = f(x)$  là :  $k = f'(x_0)$

Phương trình tiếp tuyến tại  $x_0$  của hàm số là :  $y = k(x - x_0) + f(x_0)$

**Áp dụng :** cho hàm số  $y = \frac{x-1}{x+1}$  viết phương trình tiếp tuyến tại điểm  $x_0 = 1$

**Lời giải :**

Hệ số góc tiếp tuyến tại  $x_0 = 1$  của hàm số  $y = \frac{x-1}{x+1}$  là :  $k = \frac{2}{(1+1)^2} = \frac{1}{2}$

Phương trình tiếp tuyến tại  $x_0 = 1$  của hàm số là :  $y = \frac{1}{2}(x-1) + 0 \Leftrightarrow y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$

**PP viết nhanh phương trình tiếp tuyến tại  $x_0$**

Cơ sở lý thuyết :

Ta có phương trình hoành độ giao điểm của hàm số  $y = f(x)$  với chính tiếp tuyến của nó là  $y = ax + b$  luôn có nghiệm kép chính là hoành độ giao điểm của nó , từ đó ta xây dựng 1 phương pháp tìm nhanh đường tiếp tuyến này như sau

**Định lý số 7 của Galois về nghiệm bội ta có :**

Phương trình  $T(x) = 0$  có nghiệm kép là  $x_0$  thì phương trình  $T'(x) = 0$  cũng có nghiệm là  $x_0$

**Áp dụng :** cho hàm số  $y = \frac{x-1}{x+1}$  viết phương trình tiếp tuyến tại điểm  $x_0 = 1$

**Lời Giải :** gọi tiếp tuyến cần viết có dạng  $y = ax + b$

PTHĐGD của hàm số và tiếp tuyến này là :  $\frac{x-1}{x+1} = ax + b$

Theo định lý thì  $x_0 = 1$  là nghiệm kép của phương trình , áp dụng Galois 7 ta có

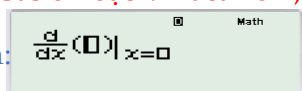
1 là nghiệm của hệ : 
$$\begin{cases} \frac{x-1}{x+1} = ax + b \\ \frac{2}{(x+1)^2} = a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 = a + b \\ \frac{1}{2} = a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Vậy phương trình tiếp tuyến là :  $y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$

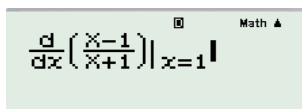
Chắc các bạn thấy là lâu hơn cách bt đúng ko ☺ vậy thì làm sao gọi là nhanh đc , ok đội mình tỵ

Bật máy Casio hoặc Vinacal lên , nhấn  và nhấn 

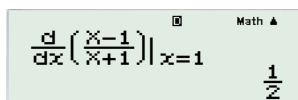
Máy hiện:



Nhập :

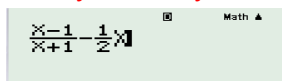


Nhấn = , máy báo :

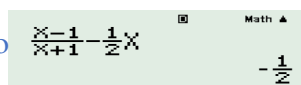


Đưa con dấu nhảy của máy ra đằng trước biểu thức và nhấn nút Del

Nhập vào :



, rồi nhấn solve 1 máy báo



Vậy phương trình tiếp tuyến cần viết là :  $y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$

Tóm tắt

$$\begin{cases} \frac{d}{dx}(f(x))_{x=x_0} = a \\ (f(x) - ax)_{x=x_0} = b \end{cases} \Rightarrow y = ax + b$$

## Áp dụng :

**BT 1.** Cho hàm số:  $y = \frac{2x-1}{x+1}$ .

1/ Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

2/ Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C), biết tiếp điểm có hoành độ  $x=1$ .

**Đề thi minh họa THPT Quốc Gia năm 2015 – Bộ GD & ĐT**

**Lời Giải :** Nhập vào máy ta có

$$\begin{cases} \frac{d}{dx}\left(\frac{2x-1}{x+1}\right)_{x=1} = 0,75 \\ \left(\frac{2x-1}{x+1} - 0,75x\right)_{x=1} = -\frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow y = 0,75x - \frac{1}{4} \Leftrightarrow y = \frac{3}{4}x - \frac{1}{4}$$

**BT 2.** Cho hàm số:  $y = x^4 - 2x^2$ .

1/ Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

2/ Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ bằng  $-2$ .

**Đề thi TN THPT năm 2008**

**Lời Giải :** Nhập vào máy ta có

$$\begin{cases} \frac{d}{dx}(x^4 - 2x^2)_{x=-2} = -24 \\ (x^4 - 2x^2 - (-24)x)_{x=-2} = -40 \end{cases} \Rightarrow y = -24x - 40$$

**BT 3.** Cho hàm số:  $y = \frac{2x-1}{x+1}$ .

1/ Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

2/ Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ bằng  $2$ .

**Đề thi thử THPT Quốc Gia năm 2015 – THPT Lý Tự Trọng – Nam Định – Lần 2**

**Lời Giải :** Nhập vào máy ta có

$$\begin{cases} \frac{d}{dx}\left(\frac{2x-1}{x+1}\right)_{x=2} = 0,333333333333.. = \frac{1}{3} \\ \left(\frac{2x-1}{x+1} - \frac{1}{3}x\right)_{x=2} = \frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow y = \frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$$

**BT 4.** Cho hàm số:  $y = \frac{2x+1}{x-1}$ .

1/ Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

2/ Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm M thuộc (C) và có hoành độ bằng -1.

**Đề thi thử THPT Quốc Gia năm 2015 – THPT Bắc Bình – Bình Thuận**

**BT 5.** Cho hàm số:  $y = -x^4 + 2x^2 + 1$ .

1/ Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

2/ Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm M có hoành độ  $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ . Tìm tọa độ các giao điểm của tiếp tuyến d với đồ thị (C).

**Đề thi thử THPT Quốc Gia 2015 – THPT Chuyên Lê Quý Đôn – Bình Định**

Lời Giải : Nhập vào máy ta có :

$$\begin{cases} \frac{d}{dx}(-x^4 + 2x^2 + 1)_{x=\frac{\sqrt{2}}{2}} = 1,414213562.. = \sqrt{2} \\ \left( \frac{2x-1}{x+1} - \sqrt{2}x \right)_{x=\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{3}{4} \end{cases} \Rightarrow y = \sqrt{2}x + \frac{3}{4}$$

PTHĐGD của (C) và tiếp tuyến :  $-x^4 + 2x^2 + 1 = x\sqrt{2} + \frac{3}{4}$  (1)

Ta đã biết phương trình này luôn có nghiệm kép là hoành độ tiếp điểm  $\left( x = \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$

Nghĩa là: (1)  $\Leftrightarrow \left( x - \frac{\sqrt{2}}{2} \right)^2 (x^2 + ax + b) = 0$

Nhập :  $\frac{x^4 - 2x^2 - 1 + x\sqrt{2} + \frac{3}{4}}{\left( x - \frac{\sqrt{2}}{2} \right)^2} - x^2$  vào máy, nếu đặt  $T(x) = \frac{x^4 - 2x^2 - 1 - x\sqrt{2} - \frac{3}{4}}{\left( x - \frac{\sqrt{2}}{2} \right)^2} - x^2$

Thì  $\begin{cases} b = T(0) \\ a = T(1) - T(0) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{-1}{2} \\ a = \sqrt{2} \end{cases}$

Các hoành độ giao điểm là nghiệm phương trình :  $x^2 + \sqrt{2}x - \frac{1}{2} = 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2 - \sqrt{2}}{2} \\ x = \frac{-2 - \sqrt{2}}{2} \end{cases}$  nhấn shift 6 1 lưu nghiệm 1 vào A , và shift 6 2 lưu nghiệm 2 vào B

Ta có 2 tung độ tương ứng là  $y = -A^4 + 2A^2 + 1 = 1,164213562$  , đem số này trừ đi  $\sqrt{2}$  thì được kết quả là  $\frac{-1}{4}$  , vậy tung độ đầu tiên là :  $y = \sqrt{2} - \frac{1}{4}$   
 tiếp tục với  $y = -B^4 + 2B^2 + 1 = -1,664213562$  , đem số này cộng  $\sqrt{2}$  thì được kết quả là  $\frac{-1}{4}$   
 , vậy tung độ thứ hai là :  $y = -\sqrt{2} - \frac{1}{4}$

**BT 6.** Cho hàm số:  $y = \frac{x-3}{x+1}$ .

- 1/ Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.
- 2/ Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm có tung độ bằng  $-1$ .

**Đề thi thử THPT Quốc Gia 2015 – Sở GD & ĐT Bạc Liêu**

**Lời giải :**

Nhập vào máy phương trình :  $\frac{x-3}{x+1} = -1$  nhấn **shift solve** ta được nghiệm  $x = 1$

Áp dụng pp ta có :

$$\begin{cases} \frac{d}{dx} \left( \frac{x-3}{x+1} \right)_{x=1} = 1 \\ \left( \frac{x-3}{x+1} - x \right)_{x=1} = -2 \end{cases} \Rightarrow y = x - 2$$

**BT 7.** Cho hàm số:  $y = f(x) = -2x^3 + 3x^2 + 1$ .

- 1/ Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.
- 2/ Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ tiếp điểm là nghiệm của phương trình:  $f''(x) = 0$ .

**Lời giải :**  $f''(x) = 0 \Leftrightarrow (-2x^3 + 3x^2 + 1)'' = 0 \Leftrightarrow -12x + 6 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$

$$\begin{cases} \frac{d}{dx} (-2x^3 + 3x^2 + 1)_{x=1/2} = \frac{3}{2} \\ \left( -2x^3 + 3x^2 + 1 - \frac{3}{2}x \right)_{x=1/2} = \frac{3}{4} \end{cases} \Rightarrow y = \frac{3}{2}x + \frac{3}{4}$$

**Đề thi thử THPT Quốc Gia năm 2015 – THPT Thủ Đức – Tp. Hồ Chí Minh**

**BT 8.** Cho hàm số:  $y = -x^3 + 3x - 2$ .

- 1/ Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.
- 2/ Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại giao điểm (C) với đường thẳng  $d: x + y + 2 = 0$ .

**Lời giải :**

$$\text{PTHĐGD : } -x^3 + 3x - 2 = -x - 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 0 \\ x = -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{d}{dx}(-x^3 + 3x - 2)_{x=2} = -9 \\ (-x^3 + 3x - 2)_{x=2} = 14 \end{cases} \Rightarrow y = -9x + 14$$

$$\begin{cases} \frac{d}{dx}(-x^3 + 3x - 2)_{x=0} = 3 \\ (-x^3 + 3x - 2)_{x=0} = -2 \end{cases} \Rightarrow y = 3x - 2$$

$$\begin{cases} \frac{d}{dx}(-x^3 + 3x - 2)_{x=-2} = -9 \\ (-x^3 + 3x - 2)_{x=-2} = -18 \end{cases} \Rightarrow y = -9x - 18$$

*Qua các bài tập áp dụng mình nghĩ là các bạn đã thuần thục cách làm ☺, pp này chỉ hỗ trợ cho các bạn có nhanh kết quả về tiếp tuyến thôi ngoài ra các bạn phải tự làm tiếp hoặc chờ các bài sau của mình nhé , bạn nào cần file để in thì inbox mình*

**Bài Tập Tự Luyện****BT 9.** Cho hàm số:  $y = \frac{2x+1}{x-1}$ .

- 1/ Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.
- 2/ Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm M thuộc (C) và có tung độ bằng 3.

**Đáp số:** Tiếp tuyến cần tìm là  $d: y = -\frac{1}{3}x + \frac{13}{3}$ .

*Đề thi thử THPT Quốc Gia 2015 – Sở GD & ĐT Vĩnh Long*

**BT 10.** Cho hàm số:  $y = \frac{2x-2}{x-2}$ .

- 1/ Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.
- 2/ Viết phương trình tiếp tuyến của (C), biết tiếp điểm có tung độ bằng 3.

Đáp số: Tiếp tuyến cần tìm là  $d: y = -\frac{1}{2}x + 5$ .

*Đề thi thử THPT Quốc Gia 2015 – THPT Hai Bà Trưng – Huế – Lần 3*

**BT 11.** Cho hàm số:  $y = 2x^3 + 3x^2 - 1$ .

1/ Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

2/ Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm có tung độ bằng 4.

Đáp số: Tiếp tuyến cần tìm là  $d: y = 12x - 8$ .

*Đề thi thử THPT Quốc Gia 2015 – THPT Nguyễn Duy Trinh – Nghệ An*

**BT 12.** Cho hàm số:  $y = x^3 + 3x^2 + 1$ .

1/ Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

2/ Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm M thuộc (C) và có tung độ bằng 1.

Đáp số: Có hai tiếp tuyến cần tìm là  $d_1: y = 1$ ,  $d_2: y = 9x + 28$ .

*Đề thi thử THPT Quốc Gia 2015 – THPT Huỳnh Thúc Kháng – Tây Ninh*

**BT 13.** Cho hàm số  $y = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2$ .

1/ Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

2/ Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ  $x_0$ , biết  $f''(x_0) = -1$ .

Đáp án: Có hai tiếp tuyến cần tìm là  $d_1: y = -3x + \frac{5}{4}$ ,  $d_2: y = 3x + \frac{5}{4}$ .

*Đề thi TN THPT năm 2012*

**BT 14.** Cho hàm số:  $y = x^3 - 3x^2 + 2$ .

1/ Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

2/ Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ  $x_0$ , biết  $f''(x_0) = -3$ .

Đáp số: Tiếp tuyến cần tìm là  $d: y = -\frac{9}{4}x + \frac{5}{2}$ .

*Đề thi thử THPT Quốc Gia năm 2015 – THPT Nguyễn Hiền – Đà Nẵng*

**BT 15.** Cho hàm số:  $y = f(x) = -x^3 + 6x^2 - 9x + 2$ .

1/ Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

2/ Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ  $x_0$ , biết  $f''(x_0) = 18$ .

Đáp số: Tiếp tuyến cần tìm là  $d: y = -24x - 6$ .

*Đề thi thử THPT Quốc Gia năm 2015 – Sở GD & ĐT Cần Thơ*

**BT 16.** Cho hàm số:  $y = f(x) = -x^4 + 8x^2 - 4$ .

1/ Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

2/ Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ  $x_0$ , biết  $f''(x_0) = 13$ .

Đáp số: Các tiếp tuyến cần tìm là  $d_1: y = \frac{15}{2}x - \frac{93}{16}$ ,  $d_2: y = -\frac{15}{2}x - \frac{93}{16}$ .

*Đề thi thử THPT Quốc Gia năm 2015 – THPT Chuyên Lê Quý Đôn – Đà Nẵng*

**BT 17.** Cho hàm số:  $y = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$ .

1/ Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

2/ Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm thuộc đồ thị (C) có tung độ là nghiệm của phương trình:  $2.f'(x) - x.f''(x) - 6 = 0$ .

Đáp số: Có hai tiếp tuyến cần tìm là  $d_1: y = 1$ ,  $d_2: y = 9x + 1$ .

*Đề thi thử THPT Quốc Gia năm 2015 – Sở GD & ĐT Bình Dương*

**BT 18.** Cho hàm số:  $y = \frac{2x+1}{x-1}$ .

1/ Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

2/ Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại giao điểm của (C) với trục tung.

Đáp số: Tiếp tuyến cần tìm là  $d: y = -3x - 1$ .

*Đề thi thử THPT Quốc Gia năm 2015 – Sở GD & ĐT Đồng Tháp*

**BT 19.** Cho hàm số:  $y = \frac{x+3}{x-1}$ .

1/ Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

2/ Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại giao điểm của (C) với trục tung.

Đáp số: Tiếp tuyến cần tìm là  $d: y = -4x - 3$ .

*Đề thi thử THPT Quốc Gia năm 2015 – THPT Hùng Vương – Phú Thọ – Lần 3*

**BT 20.** Cho hàm số:  $y = \frac{2x+1}{x-2}$ .

1/ Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

2/ Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại giao điểm của (C) với trục tung.

Đáp số: Tiếp tuyến cần tìm là  $y = -\frac{5}{4}x - \frac{1}{2}$ .

*Đề thi thử THPT Quốc Gia năm 2015 – Sở GD & ĐT Hà Tĩnh*

**BT 21.** Cho hàm số:  $y = \frac{2x+1}{x+1}$ .

1/ Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

2/ Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại giao điểm của (C) với trục hoành.

Đáp số: Tiếp tuyến cần tìm là  $d: y = 4x + 2$ .

*Đề thi thử THPT Quốc Gia năm 2015 – THPT Trần Phú – Tây Ninh*

**BT 22.** Cho hàm số:  $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2$ .

1/ Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

2/ Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại giao điểm của (C) với trục hoành.

Đáp số: Có hai tiếp tuyến cần tìm là  $d_1: y = 0$ ,  $d_2: y = 3x - 9$ .

*Đề thi thử THPT Quốc Gia năm 2015 – THPT Lê Duẩn – Tây Ninh*

**BT 23.** Cho hàm số:  $y = \frac{x+2}{x+1}$ .

1/ Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

2/ Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại giao điểm (C) với đường thẳng  $y - 2 = 0$ .

Đáp số: Tiếp tuyến cần tìm là  $d: y = -x + 2$ .



**Đề thi thử THPT Quốc Gia năm 2015 – THPT Đặng Thúc Hứa – Nghệ An – Lần 2**

**BT 24.** Cho hàm số:  $y = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 + 3x - 1$ .

1/ Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

2/ Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại giao điểm (C) với đường thẳng  $y = -1$ .

Đáp số: Có hai tiếp tuyến cần tìm là  $d_1: y = -1$ ,  $d_2: y = 3x - 1$ .

**Đề thi thử THPT Quốc Gia năm 2015 – THPT Chuyên Võ Nguyên Giáp – Quảng Bình – Lần 1**

**BT 25.** Cho hàm số:  $y = \frac{-2x+3}{x-1}$ .

1/ Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

2/ Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại các giao điểm của (C) và đường  $y = x - 3$ .

Đáp số: Có hai tiếp tuyến cần tìm là  $d_1: y = -x - 3$ ,  $d_2: y = -x + 1$ .

**Đề thi TN THPT năm 2014**

**BT 26.** Cho hàm số:  $y = x^3 - 3x^2 + 2$ .

1/ Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

2/ Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại giao điểm (C) với đường thẳng  $d: x + y + 3 = 0$ .

Đáp số: Tiếp tuyến cần tìm là  $d: y = 9x + 7$ .

**Đề thi thử THPT Quốc Gia năm 2015 – THPT Nguyễn Xuân Nguyễn – Thanh Hóa – Lần 4**

**BT 27.** Cho hàm số:  $y = x^3 - 3x + 2$ .

1/ Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

2/ Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại giao điểm (C) với đường thẳng  $d: 5x + y = 2$ .

Đáp số: Tiếp tuyến cần tìm là  $d: y = -3x + 2$ .

**Đề thi thử THPT Quốc Gia năm 2015 – THPT Nghèn – Hà Tĩnh**

**BT 28.** Cho hàm số:  $y = -x^3 + 3x - 2$ .

1/ Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

2/ Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại giao điểm (C) với đường thẳng  $d: x + y + 2 = 0$ .

Đáp số: Có ba tiếp tuyến cần tìm là  $d_1: y = 3x - 2$ ,  $d_2: y = -9x + 14$ ,  $d_3: y = -9x + 18$ .

**Đề thi thử THPT Quốc Gia năm 2015 – THPT Hậu Lộc II – Thanh Hóa – Lần 2**

**BT 29.** Cho hàm số:  $y = x^3 - 3x^2 + 1$ .

1/ Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

2/ Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại giao điểm (C) với đường thẳng  $d: y = x - 2$ .

Đáp số: Có hai tiếp tuyến cần tìm là  $d_1: y = -3x + 2$ ,  $d_2: y = 9x + 6$ .

**Đề thi thử THPT Quốc Gia năm 2015 – THPT Phù Cừ – Hưng Yên**

**BT 30.** Cho hàm số:  $y = x^3 - \frac{3}{2}x^2 - \frac{9}{4}x + \frac{11}{8}$ .

1/ Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

2/ Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại giao điểm (C) với đường thẳng  $d: y = 4x + 4$ , biết tọa độ tiếp điểm của tiếp tuyến có hoành độ dương.

Đáp số: Tiếp tuyến cần tìm là  $d: y = 24x - 66$ .

*Đề thi thử THPT Quốc Gia năm 2015 – THPT Măng Thít – Vĩnh Long*

**BT 31.** Cho hàm số:  $y = \frac{2x+1}{x-1}$ .

1/ Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

2/ Xác định tọa độ các giao điểm của (C) với đường thẳng  $y = x + 3$ . Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại mỗi giao điểm vừa tìm được.

Đáp số:  $A(2;5)$ ,  $B(-2;1)$  và  $d_A: y = -3x + 11$ ,  $d_B: y = -\frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$ .

*Đề thi thử THPT Quốc Gia năm 2015 – THPT Lạng Giang Số 1 – Bắc Giang – Lần 3*

**BT 32.** Cho hàm số:  $y = \frac{x-2}{x-1}$ .

1/ Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

2/ Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm M. Biết rằng khoảng cách từ điểm M đến đường tiệm cận đứng của đồ thị (C) bằng 2.

Đáp số: Có hai tiếp tuyến cần tìm là  $d_1: y = \frac{1}{4}x - \frac{1}{4}$ ,  $d_2: y = \frac{1}{4}x + \frac{5}{4}$ .

*Đề thi thử THPT Quốc Gia năm 2015 lần 2 – THPT Chuyên Hùng Vương – Gia Lai*